

# Una introducción a la econometría con datos de panel<sup>1</sup>

Wilfredo Toledo<sup>2</sup>

## Resumen

En este artículo se discuten los métodos que se utilizan para estimar modelos de regresión lineal con datos de panel haciendo énfasis en la estimación de modelos dinámicos. En particular se discuten los nuevos estimadores basados en el Método de Momentos Generalizados (GMM) desarrollados por Arellano y Bond y Arellano y Bover. Además, se presenta una aplicación de las técnicas reseñadas utilizando datos de América Central.

Unidad de Investigaciones Económicas  
Departamento de Economía  
Universidad de Puerto Rico  
Recinto de Río Piedras  
Ensayos y Monografías  
Número 152  
Septiembre 2012

---

<sup>1</sup> Parte de esta investigación se realizó mientras se disfrutaba de un descargue de las tareas docentes otorgado por el Colegio de Ciencias Sociales de la Universidad de Puerto Rico, recinto de Río Piedras. Agradezco las sugerencias que hicieron el Dr. Julio Cesar Hernández Correa y un árbitro anónimo sobre una versión preliminar del artículo.

<sup>2</sup> Catedrático Asociado de Economía, Universidad de Puerto Rico, Recinto Universitario de Río Piedras.

## I. Introducción

Los datos de panel son observaciones de un mismo corte seccional para varios períodos de tiempo. Otros términos que se utilizan para ese tipo de base de datos son observaciones longitudinales o repetidas. Cuando los datos no son exactamente de los mismos sujetos algunos autores los denominan datos combinados (*pooled data*). Cuando se trata de aplicaciones micro-económicas los datos son de individuos o empresas recopilados a través del tiempo; en ese caso casi siempre se tiene información de muchas unidades para períodos cortos de tiempo. También puede ser una colección de series de tiempo de distintas regiones o países usadas en análisis macroeconómicos; esa consiste, la mayoría de las veces, de pocas unidades observadas a través de series de tiempo extensas. Dos ejemplos de esos tipos de datos son: el panel de la Universidad de Michigan y las bases de datos de variables económicas que mantienen las organizaciones internacionales, como la CEPAL y el Banco Mundial, sobre el estado socio-económico de distintas naciones. Las bases de datos de panel se pueden clasificar como: balanceados cuando no hay observaciones perdidas (*missing values*): y no balanceados cuando algunas unidades o individuos no se observan en algunos períodos.

Una ventaja de usar datos de panel en estimaciones econométricas es que se obtiene aumentos en la precisión de los parámetros estimados, debido al gran número de observaciones utilizadas al combinar datos de corte seccional con los de series de tiempo. Sin embargo, ese beneficio sólo se obtiene si se corrige por cualquier tipo de correlación serial en las observaciones relacionadas con cualquier individuo. En ese tipo de estructura de datos, además, se puede controlar por efectos individuales no observables, que pudieran causar sesgos en estimaciones con otro tipo de datos.

Dentro de los desarrollos econométricos con datos de panel, ocurridos en las últimas décadas, está la construcción de modelos dinámicos uni-ecuaciones y modelos de vectores autorregresivos (PVAR). El objetivo de esta investigación es presentar una introducción general a ese último tema y realizar una aplicación del mismo.

La organización del resto de este escrito es la siguiente. La próxima sección se dedica a una discusión general de la econometría con datos de panel. En la sección III se exponen la aplicación de los datos de panel con modelos dinámicos y la sección IV presenta los modelos de los PVAR. En la última sección se presentan los resultados de un análisis sobre los efectos de las remesas sobre tres tipos de importaciones en América Central, utilizando un modelo PVAR estimado por LSDV y GMM.

## II. Algunas observaciones sobre la econometría con datos de panel<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Esta presentación se basa principalmente en Cameron y Trivedi (2005) capítulos 21 y 22 y Greene (2008) Capítulo 9.

Esta sección contiene un repaso muy general y esquematizado de los métodos econométricos que se utilizan con datos de panel. El mismo sirve como fundamento para los modelos dinámicos que se discuten en la siguiente sección y no pretende ser una discusión exhaustiva del tema. Los libros de Cameron y Trivedi (2005), Grene (2008) y Hsiao (2003) contienen una discusión abarcadora sobre los métodos econométricos que se utilizan con ese tipo de base de datos.

### A. Los principales modelos y enfoques de estimación

Los datos de panel tienen una estructura que contiene mucha información, al contar con observaciones de unidades individuales a través del tiempo. Sin embargo, modelar relaciones entre variables con ese tipo de base de datos supone retos ingentes, ya que producen una matriz de variancia-covariancia de las variables consideradas que depende del tiempo y de las unidades particulares. Para algunos tipos de aplicaciones esa estructura de datos es la única que posibilita su examen, mientras que para otras el costo de aumentar la precisión se mide en términos de la complicación en los cálculos de los posibles estimadores que pueden ser utilizados. El modelo general de regresión lineal con datos de panel se puede representar como:

$$y_{it} = \alpha_{it} + \beta_{it} X_{it} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (1)$$

Donde  $y_{it}$  es la variable dependiente,  $X_{it}$  es un vector de variables independientes ( $K \times 1$ ),  $\varepsilon_{it}$  es el elemento aleatorio,  $i$  se refiere a individuos hay  $N$  de ellos, y  $t$  se refiere a la serie de tiempo que llega hasta el período  $T$ . Las otras letras griegas representan los parámetros del modelo:  $\alpha_{it}$  recoge los elementos particulares de los individuos que se presumen cambian a través del tiempo y  $\beta_{it}$ , muestra las pendientes de la ecuación, que son distintas para cada  $i$ , y,  $t$ .

El modelo (1) es muy general y no se puede estimar porque hay más parámetros (interceptos y pendientes para cada individuo y  $t$ ) que observaciones. La estimación requiere que se impongan restricciones sobre la forma que los parámetros varían con respecto a  $i$  y  $t$ , y sobre la naturaleza del elemento estocástico. Una forma de tratar ese asunto es presumiendo que los interceptos cambian través de los individuos, pero no las pendientes, en cuyo caso (1) luciría como:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta X_{it} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (2)$$

Para poder realizar la estimación de esa ecuación es necesario suponer que el término aleatorio tiene media condicional, en los valores pasados, corrientes y futuros de las variables independientes, igual a cero. (Dicho supuesto descarta variables dependientes rezagadas y variables endógenas como regresores). Los interceptos ( $\alpha_i$ ) recogen elementos idiosincrásicos no observables que se presume no dependen del tiempo. Si esos elementos fueran observables

entonces se pueden modelar y estimar (2) como una de regresión lineal regular (Greene [2008] página 182)<sup>4</sup>.

El objetivo principal de la estimación del modelo (2) es obtener estimadores consistentes y eficientes de los efectos parciales de las variables independientes observables sobre la variable dependiente:

$$\beta = \frac{\partial E[y_{it} | X_{it}]}{\partial X_{it}}.$$

Los demás parámetros son incidentales (*nuisance parameters*) que son necesarios para propósitos de la modelación, pero no tienen otra importancia. Las propiedades de los parámetros estimados dependen de los supuestos que se hagan sobre la naturaleza de las relaciones entre los componentes del modelo. Los supuestos regulares son:

i. Exogeneidad estricta.

$$E[\varepsilon_{it} | X_{i1}, X_{i2}, \dots] = 0$$

No existe correlación entre el elemento aleatorio contemporáneo y los valores de las variables independientes en cualquier período.

ii. Tipo de la heterogeneidad en el modelo:

a. Independencia de las medias (*mean independence*)

$$E[\alpha_i | X_{i1}, X_{i2}, \dots] = C$$

Cuando las variables no observables no están correlacionadas con las X's, éstas pudieran incluirse en el término de error. (Modelo de errores aleatorios [RE])

b.  $E[\varepsilon_{it} | X_{i1}, X_{i2}, \dots] = h(X_i)$

Este supuesto planteado en forma muy general requiere que se especifique  $h(\cdot)$ .

Se han desarrollado distintas variantes (estructuras) del modelo (2) de las cuales los más utilizados son:

1. Modelo de efectos fijos (FE). En dicho modelo se presume que las  $\alpha_i$  son variables aleatorias no observables y que pudieran estar correlacionadas con las X's. Si existiera dicha correlación y se estima el modelo como uno regular, usando los mínimos cuadrados ordinarios (MCO) con datos mixtos, los estimadores serían inconsistentes y

---

<sup>4</sup> Recuerde que en ese caso no se podría incluir un intercepto general en la ecuación ya que implicaría multicolinealidad perfecta.

sesgados (omisión de variables). Por tanto, otros estimadores son necesarios en paneles con T fija. El modelo de FE puede representarse como (b).

2. Modelo de efectos aleatorios (RE). Ese modelo parte del supuesto de que las  $\alpha_i$  son variables aleatorias que no están correlacionadas con los regresores. Se supone, además, que esas variables son independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d) al igual que el término de error, aunque las dos distribuciones no tienen que ser las mismas. Dicho modelo pudiera estimarse como un *pooled data* con MCO, donde el elemento estocástico incluya los RE. Dichos estimadores serían consistentes pero ineficientes. Se pueden usar también los mínimos cuadrados generalizados (GLS), pero es necesario estimar las varianzas de los dos términos aleatorios ( $\alpha$ 's y  $\varepsilon$ 's).
3. Regresión con datos mixtos. Si  $\alpha_i$  es una constante, se pueden colocar los datos de los individuos unos sobre otros (*stacked*) y realizar la estimación de (2) como se hace usualmente en los modelos de regresión lineal. Se construye una base de datos de gran longitud,  $N \times T$ . Cuando N y T tienden a infinito y las variables independientes no están correlacionadas con los términos de error, bajo el supuesto de que los parámetros son independientes de las  $i$ , los MCO son consistentes. Sin embargo, la varianza no está bien estimada, hay que usar una corrección para los errores estándares de los betas

Existen distintos enfoques y estimadores para los modelos con datos de panel para las primeras dos estructuras (FE y RE). A continuación se presenta un glosario de los mismos:

1. Modelo de estimación en las medias (*Between model*); El modelo se estima en los promedios a través el tiempo de los datos (no en las observaciones originales) y se reduce a uno de corte seccional en los promedios El modelo se representa como:

$$\bar{y}_i = \alpha + \beta \bar{X}_i + \bar{\varepsilon}_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

2. Modelo de estimación en las desviaciones de las medias (*within model*) Se usan las desviaciones de las variables de su promedio a través del tiempo. La siguiente ecuación representa ese modelo:

$$(y_{it} - \bar{y}_i) = \beta (X_{it} - \bar{X}_i) + (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_i) \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (3)$$

Las variables que no cambian a través del tiempo tendrían valor de cero en (3).

3. Estimador en las primeras diferencias. Si partimos de la ecuación (2) y hallamos las primeras diferencias tenemos:

$$\Delta y_{it} = \Delta \alpha_i + \beta \Delta X_{it} + \Delta \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad \text{ó.}$$

$$\Delta y_{it} = \beta \Delta X_{it} + \varepsilon_{it} - \varepsilon_{it-1} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T,$$

Este enfoque remueve la heterogeneidad latente, ya sea el efecto fijo como aleatorio. El problema es que elimina las variables que no cambian con respecto al tiempo como el nivel de educación, genero, raza, ect. Si los parámetros de esas variables no son de interés, es un buen método para utilizarse con ese tipo de datos. Obsérvese que este procedimiento genera la primera diferencia del término de error lo que constituye un proceso MA. Esto afecta la matriz de covariancia. Los estimadores más adecuados bajo esa especificación son los GLS factibles y los MCO usando el estimador de Newey-West para la matriz de covariancia. Este estimador casi siempre se reserva para cuando  $T=2$  y no se utiliza mucho en otras circunstancias.

4. Modelo con variables binarias (LSDV). . Una forma sencilla de modelar los efectos fijos es incluyendo variables binarias que cambien a través de los individuos, bajo el supuesto de que las variables individuales ( $\alpha$ 's) no cambian a través del tiempo. Si tanto T como N tienden a infinito los parámetros estimados son consistentes.
5. Estimador GLS para el modelo RE (random effects estimator). En este tipo de estimación se transforman los datos, usando las varianzas de los  $\varepsilon$ 's y las  $\alpha$ 's, las cuales tienen que ser estimadas en una primera etapa.

## **B. Estimación de los modelos FE y RE y otros asuntos econométricos**

En este apartado se presenta la forma general de los modelos de efectos fijos y aleatorios, ya mencionados. Además, a manera de síntesis, se enumeran los enfoques o estimadores que se pueden utilizar con cada uno de esos dos modelos. Por último, se mencionan los problemas econométricos que pueden surgir en la estimación.

### **i. Modelo de efectos fijos.**

Este modelo puede representarse como:

$$y_{it} = \alpha_i + \beta X_{it} + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (4)$$

$$\text{Donde: } E[\alpha_i | X_{it}] = h(X_i) \quad (5)$$

Puesto que la media condicional es la misma en todo el período (no depende de t) el modelo se puede expresar como:

$$y_{it} = \beta X_{it} + h(X_i) + [\alpha_i - h(X_i)] + \varepsilon_{it} \quad , \delta \quad (6)$$

$$y_{it} = \beta X_{it} + \theta_i + \varepsilon_{it} \quad (7)$$

Por construcción el término en los corchetes en (6) no está correlacionado con  $X_i$ , por lo que se puede incluir en el término de error. Un supuesto adicional que se necesita es que  $\text{Var}(\alpha_i/X_i)$  sea constante, bajo esa situación (7) constituye un modelo de regresión clásica. Sin embargo, cuando  $N$  tiende a infinito surge un problema en la estimación de la ecuación: existe un número infinito de  $\theta$ 's. Si el interés es únicamente contar con estimados de las  $\beta$ 's, entonces hay varias formas de estimar esos parámetros consistentemente, tales como:

1. OLS con el modelo en las desviaciones de las medias: los estimadores de los betas son consistentes si  $N$  o  $T$  tienden a infinito, pero no se puede incluir variables endógenas rezagadas. Requiere que no exista correlación entre las  $\varepsilon$  y las  $X$ 's.
2. OLS directamente usando variables binarias (LSDV): en este caso existen muchos parámetros y se requiere muchas observaciones  $T$  grande y  $N$  pequeña (por las variables dicótomas para cada grupo).
3. GLS con el modelo en las desviaciones de las medias.
4. Máxima verosimilitud condicional en las medias de las  $y$ 's.
5. OLS en las primeras diferencias: requiere ausencia de correlación entre la primera diferencia del error y las  $X$ 's.

La adecuación del modelo- FE puede evaluarse mirando la significancia conjunta de los  $\theta$ 's. Dicha prueba se puede construir comparando los coeficientes de determinación de la regresión con datos mixtos con los de LSDV, usando la distribución  $F$ .

## **ii. Modelo con efectos aleatorios**

La forma general de ese modelo está dada por:

$$y_{it} = \mu + \beta X_{it} + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (8)$$

En la ecuación (8) se supone que las  $\alpha_i$  y  $\varepsilon_{it}$  son realizaciones de procesos estocásticos independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.) con distribución  $(0, \sigma_\alpha^2)$  y  $(0, \sigma_\varepsilon^2)$ , respectivamente. Además, como se mencionó se asume que las  $\alpha_i$  no están correlacionados con las  $X$ 's. El intercepto  $\mu$  se incluye para normalizar los efectos aleatorios y que los mismos tengan media igual a cero. Tres métodos muy utilizados para estimar este modelo son:

1. Los mínimos cuadrados generalizados (GLS) se pueden implantar como MCO en una ecuación transformada y requieren que se estimen las dos varianzas descritas arriba. Para que tengan la propiedad de consistencia se necesita que  $N \times T$  tienda a infinito.
2. Estimadores de máxima verosimilitud (ML): Ese estimador se puede utilizar cuando los errores provienen de una distribución normal y asintóticamente es el mismo que el

GLS, aunque difiere en muestras finitas. En los ML se obtienen estimadores de las dos varianzas en el mismo procedimiento de maximización.

3. El estimador en las primeras diferencias. Como se mencionó este enfoque remueve la heterogeneidad latente, ya sea el efecto fijo como aleatorio.

### **iii. Otros aspectos de la estimación**

Una deliberación importante que hay que hacer cuando se usan datos de panel en regresión lineal es cuál modelo utilizar: FE o RE. Para esos propósitos existen, al menos, dos pruebas. Una usa el multiplicador de Lagrange para someter a prueba la hipótesis de que el modelo RE es el apropiado basado en los residuos de una estimación preliminar con los MCO. En ese caso se somete a prueba la  $H_0$  de que la variancia del factor aleatorio es igual a cero, bajo esa hipótesis nula la distribución asintótica de LM es ji cuadrada con un grado de libertad. Ese procedimiento útil para escoger entre los estimadores OLS (con datos mixtos) y el modelo RE.

Por otro lado, Hausman (1978) desarrolla una prueba estadística para discriminar entre los modelos RE y FE. En ese procedimiento se somete a prueba la hipótesis de que los efectos comunes y las variables independientes del modelo son ortogonales. Para esos propósitos se comparan los estimados de las variancias usando LSDV con los obtenidos con GLS. La idea es que bajo la hipótesis nula los OLS son ineficientes, pero no los GLS. Esa prueba usa la distribución ji cuadrada (véase Greene (2008) páginas 206-09).

Otros procedimientos estadísticos útiles para la estimación de esos modelos son:

1. La prueba de Chow para determinar si las pendientes son constantes a través de los individuos y/o el tiempo.
2. Pruebas para efectos individuales específicos. Con los estadísticos LM o ML.
3. Heteroscedasticidad: no existen muchas pruebas estándares para detectarla, pero hay formas de estimar matrices de covarianzas robustas.
4. Estacionariedad: ese problema surge cuando T y N son grandes. Cuando se tiene una serie de tiempo extensa se pensaría que la mejor estrategia de modelación es analizar cada unidad individual independiente, pero ese enfoque descuida cualquier efecto común que puedan existir. Por ejemplo, en el caso de datos para distintos países estos pudieran compartir la misma tendencia de crecimiento. Una prueba de raíces unitarias, análoga a la ADF, puede implantarse partiendo de la siguiente ecuación:

$$\Delta y_{it} = \phi_i y_{i,t-1} + \sum_{s=1}^{L_t} \varphi_{is} \Delta y_{i,t-s} + \alpha_i + \beta_i t + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T, \quad (9)$$

La hipótesis de estacionariedad de la serie se puede docimar en la ecuación (9) aplicando la prueba KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schimidt y Shin (1992)). Dicha prueba usa el estadístico LM y para el caso de datos de panel se estima como el promedio del KPSS de los N grupos. (véase Greene (2008) página 788 y Madala (1998) páginas 120-122)



Por otra parte, mientras que para series de tiempo la cointegración se examina en las relaciones entre distintas variables, en datos de panel se pudiera examinar, además, para la misma variable entre distintos grupos, como regiones geográficas o países.

### III. Modelos dinámicos uni-ecuacionales<sup>5</sup>.

Cuando los con datos de panel tienen una dimensión de tiempo extensa, como sucede con datos macroeconómicos, se pueden estimar modelos dinámicos. El modelo de ese tipo más simple es:

$$y_{it} = \phi y_{i,t-1} + X_{it}'\beta + \alpha_i + \varepsilon_{it} \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (10)$$

Donde:  $|\phi| < 1$ .

Los siguientes supuestos son necesarios para la estimación:

1.  $E[\varepsilon_{it} | y_t^{t-1}, \alpha_i] = 0$
2. Homocedasticidad

Dos alternativas para este supuesto son:

i. *Homocedasticidad condicional:*

Por ejemplo del modelo (10) tenemos:

$$E[\varepsilon_{it}^2 | y_t^{t-1}, \alpha_i] = \sigma_t^2$$

$y_t^{t-1}$  es un vector que contiene los valores de la variable dependiente desde la observación inicial hasta la t-1.

Este supuesto establece que la varianza condicional sólo cambia a través del tiempo no en las unidades individuales.

ii. *Homocedasticidad a través del tiempo.*

$$E[\varepsilon_{it}^2] = \sigma^2$$

Las condiciones (i) y (ii) pueden regir en conjunto, pero pueden también existir separadamente. La (ii) pudiera existir también con varianzas de corte seccional distintas, esto con

---

<sup>5</sup> Esta exposición descansa en Arellano (2003) y Hsiao (2003).

$\sigma_i^2$ . Por otro lado, en el contexto de las series de tiempo los estimadores regulares de modelos autorregresivos bajo la condición de heteroscedasticidad mantienen la propiedad de consistencia. Sin embargo, eso no sucede en paneles cortos. Los estimadores de momentos generalizados (GMM) o los pseudos de máxima verosimilitud (PML) para el parámetro de la variable dependiente rezagada ( $\phi$ ) serían inconsistentes, cuando  $T$  es fija y  $N$  tiende a infinito, si la varianza incondicional de los errores varía a través del tiempo. Los estimadores GMM tendrían que ser modificadas para incluir las varianzas distintas y obtener estimadores consistentes o utilizar estimadores robustos para las varianzas.

## 2. Estacionariedad

La condición  $|\phi| < 1$  garantiza que el proceso sea estable, pero no necesariamente estacionario. Para que exista estacionariedad requiere que el proceso haya comenzado en el pasado lejano o que la distribución de las condiciones iniciales coincidan con la distribución del estado estacionario (*steady state*) del proceso. Esto se puede observar si se resuelve (10) recursivamente<sup>6</sup>:

$$y_{it} = \left( \sum_{s=0}^{t-1} \phi^s \right) \alpha_i + \phi^t y_{i,0} + \sum_{s=0}^{t-1} \phi^s \varepsilon_{i,t-s}$$

Tomando en cuenta el supuesto 1:

$$E[y_{it} | \alpha_i] = \left( \sum_{s=0}^{t-1} \phi^s \right) \alpha_i + \phi^t E[y_{i,0} | \alpha_i] \quad (11)$$

(11) para  $|\phi| < 1$  y  $T$  grande tiende a:

$$\mu_i = \frac{\alpha_i}{1 - \phi}$$

$\mu_i$  es la media en el *steady state* para el individuo  $i$ , así que estacionariedad requiere:

$$1. E[y_{i,0} | \alpha_i] = \frac{\alpha_i}{1 - \phi}$$

En cuyo caso todos los  $E[y_{it} | \alpha_i]$  son invariantes con respecto al tiempo y coinciden con la media del estado estacionario.

También se necesita que:

$$2. Var[y_{i,0} | \alpha_i] = \frac{\sigma^2}{(1 - \phi^2)}$$

<sup>6</sup> También se puede hacer usando el operador de rezago  $L$ , pero de esta forma se ve más claro el punto que se quiere señalar.

En cuyo caso todas las covarianzas condicionales son invariantes con respecto al tiempo y coinciden con las auto-covarianzas del estado estacionario.

### B. Estimación

En el modelo dinámico con datos de panel, aunque los efectos individuales ( $\alpha$ 's) sean aleatorios, los estimadores MCO son inconsistentes, porque el rezago de la variable dependiente está correlacionado con las  $\alpha$ 's y con el término de error (compuesto por  $\alpha$  y  $\varepsilon$ ). Obsérvese que la autocorrelación tiene dos fuentes: vía a  $\alpha_i$ , aunque el rezago de la variable dependiente sea irrelevante en la ecuación (i.e.  $\phi=0$ ),  $\alpha_i$  y  $\varepsilon_{it}$  pueden estar correlacionados en cuyo caso se dice que existe *heterogeneidad no observada*: vía  $y_{t-1}$  en tal caso hay un mecanismo de causalidad, los valores pasados de  $y$  determinan los presentes y se conoce como *estado verdadero de dependencia* “*True state dependence*”

Ante ese problema de regresores estocásticos Anderson y Hsiao (1981) proponen usar estimadores con variables instrumentales (Método General de Momentos, GMM)<sup>7</sup>. Uno de ese tipo de estimadores es el desarrollado por Arellano y Bond (A-B, 1991) que parte del modelo en las primeras diferencias y hace uso de la siguiente condición de momentos:

$$[y_{it} \Delta u_{it}] = 0 \quad \text{para } s \leq t - 2, \text{ donde } u_{it} = \varepsilon_{it} + \alpha_i$$

Lo que conduce a:

$$\hat{\beta}_{AB} = [(\sum_{i=1}^N \tilde{X}'_i Z_i) W_N (\sum_{i=1}^N Z_i \tilde{X}_i)]^{-1} (\sum_{i=1}^N \tilde{X}'_i Z_i) W_N (\sum_{i=1}^N Z_i \hat{y}_i)$$

Donde:  $\tilde{X}_i$  es una matriz  $(T-1) \times (K+1)$  con la fila  $t$ -ésima igual a:  $(\Delta y_{i,t-1}, X'_{it})$  para  $t=3, \dots, T$ ;  $\hat{y}_i$  es un vector  $(T-2) \times (1)$  con la fila  $t$ -ésima dada por  $\Delta y_{it}$  y  $Z_i$  es una matriz  $(T-2) \times (r)$  de instrumentos que tiene a  $z'_{it}$ , para  $t=3 \dots T$ , en la diagonal principal y ceros fuera de la diagonal, siendo  $z'_{it} = [y_{i,t-2}, y_{i,t-3}, \dots, y_{i,1}, \Delta x'_{it}]$ . Rezagos adicionales de  $X_{it}$  y su primera diferencia pueden usarse como instrumentos, y para  $T$  moderada o grande puede haber un orden máximo de los rezagos de  $y_{i,t}$  que se utilicen. Los mínimos cuadrados en dos etapas y los GMM implican diferentes matrices de ponderaciones,  $W_N$ . El modelo, también puede adaptarse para un AR(P). El estimador A-B es inconsistente cuando existen raíces unitarias en la variable.

Arellano y Bover (1995) revisan el estimador GMM y proponen usar la condición de momentos:  $[u_{it} \Delta y_{it}] = 0$ , para  $s \leq t - 1$ , siendo  $u_{it} = \varepsilon_{it} + \alpha_i$ , para obtener estimadores más eficientes.

<sup>7</sup> Otros estimadores confrontan varios problemas por ejemplo; i. Bajo efectos aleatorios OLS es inconsistente, pero el estimador MLE con variables instrumentales (IV) y GMM son consistentes; ii. Bajo efectos fijos MLE y LSDV son inconsistentes cuando  $t$  es fija y  $N$  tiende a infinito. GMM es consistente sin necesidad de atender las observaciones iniciales; iii. Bajo efectos fijos MLE y CV son inconsistentes cuando  $t$  es fija y  $N$  tiende a infinito.

### C. Evaluación de la estimación

Dos problemas econométricos que se examinan en la estimación de estos modelos son: autocorrelación y heteroscedasticidad.

1. Si los errores en los niveles son independientes a través del tiempo, en las primeras diferencias exhibirán correlación de primer orden, pero no de segundo orden. En ese caso los coeficientes de autocorrelación de primer orden deben ser iguales a -0.5 Arellano y Bond (1991) proponen una prueba para docimar:

$$H_0: r_j=0$$

$$H_A: r_j \neq 0$$

Donde ( $r_j$ ) es el  $j$ -ésimo orden de auto-correlación.

El estadístico  $m_j$  se utiliza para someter a prueba esa hipótesis, este se define como:

$$m_j = \frac{\hat{r}_j}{\sigma_{\hat{r}_j}} \quad \text{con} \quad \hat{r}_j = \frac{1}{T-3-j} \sum_{t=4+j}^T \hat{r}_{t,j} \quad \text{y} \quad \hat{r}_{t,j} = E[\Delta \varepsilon_{i,t} \Delta \varepsilon_{i,t-j}]$$

La desviación estándar de los  $r_j$  es una función complicada de las variables dependientes del modelo y los elementos aleatorios (ver Arellano (2003) página 122). La prueba se puede realizar usando la distribución normal cuando T es grande.

No existe una prueba general para evaluar la heteroscedasticidad en estos modelos. Sin embargo, existe una forma de estimar una matriz de covarianza robusta. Así, que una prueba que se puede construir es examinar la función de máxima verosimilitud para una estimación regular y otra con la matriz de covarianza robusta y someter la prueba la hipótesis de que no hay diferencia en los enfoques.

### IV. Modelos PVAR<sup>8</sup>

Los modelos VAR es una técnica de modelación comúnmente utilizada en macroeconometría. Dicha técnica permite, a un costo bajo, construir sistemas para examinar empíricamente distintos temas sin imponer demasiadas restricciones teóricas, en un área de la donde el consenso sobre la estructura de la economía es muy limitado (Sims (1980)). Esta técnica ha sido modificada para ser utilizada con datos de panel. Para revisar ese tipo de sistema considere:

$$\Phi(L)y_{i,t} = y_{i,t} - \phi_1(L)y_{i,t-1} + \phi_2(L)y_{i,t-2} + \phi_p(L)y_{i,t-p} = \alpha_i^* + \varepsilon_{i,t} \quad i=1,\dots,N; t=1,2,\dots,T \quad (12)$$

<sup>8</sup> Esta exposición descansa en Arellano (2003) y Hsiao(2003).

donde  $y_{i,t}$  es un vector  $m \times 1$  de variables aleatorias observables,  $\alpha_i^*$  es un vector  $m \times 1$  de constantes específicas a los individuos que varían con  $i$ ,  $\varepsilon_{it}$  es un vector  $m \times 1$ .  
 $\varepsilon_{i,t} \sim \text{i.i.d. } (0, \Omega)$   $\Phi(L)$  es un polinomio de orden  $p$  en el operador de rezago  $L$ .

Como es conocido las inferencias en los VAR dependen crucialmente de que los procesos tengan una tendencia determinística, estocástica o que sean estacionarios. Además, hay que examinar el asunto de cointegración y si el sistema está cointegrado determinar su rango. Para tomar en cuenta esas consideraciones el modelo (12) puede representarse como:

$$\Phi(L)(y_{i,t} - \alpha_i - \beta t) = +\varepsilon_{i,t} \quad (13)$$

Donde las raíces de la ecuación de determinante:  $|\Phi(\rho)| = 0$ , deben ser iguales o mayores a uno. Todas las raíces deben estar fuera del círculo unitario.

Bajo el supuesto de que los elementos aleatorios tienen valor esperado igual a cero, tenemos:

$$E(y_{i,t} - \alpha_i - \beta t) = 0 \quad (14)$$

Para proveer la posibilidad de raíces unitarias se asume que:

$$E(y_{i,t} - \alpha_i - \beta t)(y_{i,t} - \alpha_i - \beta t)' = \Psi_t \quad (15)$$

Las expresiones dadas por (13), (14) y (15) conjuntamente con la condición para el determinante describen el modelo PVAR general.

El modelo de efectos fijos (FE) es uno muy utilizado por los macroeconomistas, como mencionan Judson y Owen (1996), si los efectos de las unidades individuales representan variables omitidas es muy probable que en ese tipo de paneles los efectos individuales de los datos estén correlacionados con los regresores. Además, en términos generales esos paneles de datos macro es muy poco probable que provengan de una muestra aleatoria. Casi siempre se tienen todas las unidades individuales pertenecientes al grupo de interés por lo que el modelo RE no sería el adecuado. Por tanto, se pasa a discutir algunos casos que pueden surgir bajo el modelo FE.

Caso 1: PVAR estacionario con efectos fijos. Si todas las raíces del determinante están fuera del círculo unitario (13) se convierte en ( $\beta=0$ ):

$$\Phi(L)y_{i,t} = (I_m - \sum_{j=1}^p \phi_j) \alpha_i + \varepsilon_{i,t}$$

Caso 2: Estacionario con tendencia determinística con efectos fijos:

$$\Phi(L)y_{i,t} = \theta + (I_m - \sum_{j=1}^p \phi_j)\alpha_i + (I_m - \sum_{j=1}^p \phi_j)\beta t + \varepsilon_{i,t}$$

$$\theta = ((I_m - \sum_{j=1}^p \phi_j + \sum_{j=1}^p j\phi_j) - (I_m - \sum_{j=1}^p \phi_j))\beta$$

Caso 3: PVAR con raíces unitarias no cointegrado:

$$\Phi^*(L)\Delta y_{i,t} = (I_m - \sum_{j=1}^p \phi_j^*)\beta + \varepsilon_{i,t}$$

$$\Phi^*(L) = (I_m - \sum_{j=1}^{p-1} \phi_j^* L^j)$$

$$\phi_j^* = (I_m - \sum_{s=1}^j \phi_s) \quad J = 1, 2, \dots, p-1$$

Caso 4: PVAR cointegrado con efectos fijos. Bajo ciertas condiciones el modelo a puede re-cribirse como un panel VEC que luciría como:

$$\Delta y_{it} = \Pi_1 \alpha_i + \Pi_2 \beta + \Pi_3 \beta t + \Pi_4 y_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta y_{i,t-j} + \varepsilon_{i,t}$$

Donde los  $\Pi_i$  &  $\Gamma_j$  son  $f(\sum \phi_j)$

Cuando la dimensión de tiempo del panel es corta, surge el problema de la dinámica del efecto de los parámetros incidentales y el asunto de modelar las observaciones iniciales.

### Estimación de los PVAR

Como en el caso de una sola ecuación los efectos individuales ( $\alpha_i$ 's) pueden ser eliminados hallando la primera diferencia del modelo:

$$\Delta y_{it} - \beta = \phi(\Delta y_{i,t-1} - \beta) + \Delta \varepsilon_{i,t} \quad t=1, \dots, T$$

Los estimadores GMM de A-B, discutidos en la sección anterior, pueden ser utilizados para estimar los modelos PVAR ecuación por ecuación. Sin embargo, se requiere que  $N > T$ , para que dichos estimadores tengan las propiedades de consistencia y eficiencia.

## **V. Un ejemplo de los PVAR: Remesas e Importaciones en América Central<sup>9</sup>**

### **A. El problema**

Los ingresos por concepto de remesas son muy importantes para las economías de América Latina, por ejemplo para el 2004 ese tipo de fondo era la fuente más grande de flujo de

<sup>9</sup> Agradezco al Dr. Julio Cesar Hernández por haberme sugerido esta aplicación.

capital a esa región y representaba el 2.1% del GDP de esos países. Investigaciones previas han evaluado los efectos de las remesas sobre varios tipos de gastos (Taylor y Mora, 2006; Adams, 2005).

En esta aplicación se examina el efecto de las remesas sobre tres categorías de importaciones en América Central: (1) de bienes de capital, (2) de bienes de consumo, y (3) de bienes intermedios. Se utilizó un modelo PVAR lo que permitió controlar por simultaneidad y modelar la relación dinámica entre las variables, pero también se realiza una estimación por el método generalizado de momentos (GMM). Los resultados son útiles para evaluar dos asuntos: ¿afectan las remesas principalmente los gastos de consumo o la inversión? y ¿es el impacto de las remesas sobre esa serie un fenómeno transitorio o exhibe persistencia? Sin embargo, el objetivo de este ejercicio es discutir a aplicación de los métodos reseñados, por lo que no se analiza profundamente las implicaciones de los resultados obtenidos en términos del ejemplo seleccionado.

## B. Modelo general y análisis preliminares de los Datos

El modelo principal que se usó en esta investigación fue el siguiente:

$$Y_{it} = \Phi(L)Y_{it} + X_{it}B + \varepsilon_{it} \quad (16)$$

Donde:

1.  $Y_t$  es un Vector  $4 \times 1$  que a su vez contiene los vectores de las observaciones de las variables endógenas del modelo:  $\text{LOG}(\text{IMPC}_{it})$ ,  $\text{LOG}(\text{IMPG}_{it})$ ,  $\text{LOG}(\text{IMPINTR}_{it})$  y  $\text{Log}(\text{REM}_{it})$ . Donde IMPC son las de bienes de capital, IMPG son las importaciones de bienes de consumo y IMPINTR son las importaciones de bienes intermedios.
2.  $X_{it}$  es una matriz de las observaciones de las variables exógenas del modelo: interceptos, variables dicótomas de los efectos fijos y otras variables de control, se consideraron: el Producto Interno Bruto (GDP) y su deflactor, el consumo, la inversión, y la tasa de cambio.
3.  $\varepsilon_{it}$  es el vector de elementos estocásticos del modelo
4.  $\Phi(L)$  es una matriz de polinomios en el operador de rezago que contiene los parámetros asociados a la parte auto-regresiva del modelo.

Los datos comprenden el período de 1990 a 2006 para ocho economías de Centro América y la parte caribeña de Sur América, a saber: Guatemala, Costa Rica, El Salvador, Honduras, Nicaragua, Panamá, Colombia y Venezuela. El panel no es balanceado.

El sistema (16) relaciona a cada una de lo tres tipos de importaciones con sus valores pasados, los niveles rezagados de las otras importaciones, las remesas, y algunas variables exógenas. El modelar estas relaciones como un VAR implica que las decisiones de importar las

distintas mercancías se hacen de manera conjunta. Las restricciones que imponen los recursos disponibles, incluyendo las remesas, justifica ese tipo de modelación.

La estimación del sistema (16) requiere que el mismo sea estacionario, por tanto es necesario realizar las pruebas de raíces unitarias y cointegración. La Tabla A.1 presenta un resumen de los resultados de las pruebas para determinar el orden de integración de las variables. Todas las variables consideradas son I(1). Los resultados de las pruebas de cointegración para el sistema estimado en los logaritmos de las variables<sup>10</sup> y con dos variables exógenas (consumo e inversión) se presentan en la Tabla 1<sup>11</sup>. Como es evidente, encontraron dos relaciones de cointegración usando tanto el estadístico de la traza como del valor propio máximo.

<b>Tabla 1</b>					
<b>Resultados de las Pruebas de Cointegración</b>					
<b>A. Usando el estadístico de la Traza (<math>\lambda_{\text{trace}}</math>)</b>					
<b>H0:</b>		$\lambda_{\text{trace}}$	<b>0.05</b>		
Núm. de CE's	Valor-Propio		Critical Value	Valor-P	
<b>0 *</b>	<b>0.461173</b>	<b>100.1545</b>	<b>55.24578</b>	<b>0.0000</b>	
<b>A lo Sumo 1 *</b>	<b>0.243059</b>	<b>43.26530</b>	<b>35.01090</b>	<b>0.0053</b>	
<b>A lo Sumo 2</b>	<b>0.119212</b>	<b>17.64602</b>	<b>18.39771</b>	<b>0.0635</b>	
<b>A lo Sumo 3 *</b>	<b>0.062807</b>	<b>5.967724</b>	<b>3.841466</b>	<b>0.0146</b>	
La Prueba de $\lambda_{\text{trace}}$ indica, a un nivel de 5%, 2 ecuaciones de cointegración (CE's). * Denota rechazo de H0 a un nivel de 0.05.					
<b>B: Usando el estadístico del Valor Propio Máximo (<math>\lambda_{\text{MAX}}</math>)</b>					
<b>H0:</b>		$\lambda_{\text{MAX}}$	<b>0.05</b>		
Núm. de CE's	Valor-Propio		Critical Value	Valor-P.	
<b>0 *</b>	<b>0.461173</b>	<b>56.88918</b>	<b>30.81507</b>	<b>0.0000</b>	
<b>A lo Sumo 1 *</b>	<b>0.243059</b>	<b>25.61927</b>	<b>24.25202</b>	<b>0.0328</b>	
<b>A lo Sumo 2*</b>	<b>0.119212</b>	<b>11.67830</b>	<b>17.14769</b>	<b>0.2616</b>	
<b>A lo Sumo 3 *</b>	<b>0.062807</b>	<b>5.967724</b>	<b>3.841466</b>	<b>0.0146</b>	
La Prueba de $\lambda_{\text{MAX}}$ indica, a un nivel de 5%, 2 ecuaciones de cointegración (CE's). * Denota					

<sup>10</sup> Se estimó el modelo en los logaritmos para controlar la varianza de las regresiones, ya que dentro del procedimiento de VEC no hay otra forma de corregir la heteroscedasticidad.

<sup>11</sup> Los Valores-P de las pruebas de cointegración que aparecen en la Tabla 1 no están calculados considerando las variables exógenas. Sin embargo, MacKinnon, Haug y Michelis (1999) proveen los valores críticos tomando en cuenta variables exógenas I(1). Para este caso (2 variables exógenas) y un nivel de significancia de 5%, los valores críticos para las pruebas de dos relaciones de cointegración son: 34.22 y 24.68 para el  $\lambda_{\text{trace}}$  y  $\lambda_{\text{MAX}}$ , respectivamente. Lo que no contradice los resultados reportados en la Tabla 1.



rechazo de $H_0$ a un nivel de 0.05.
--------------------------------------

### C. Estimación usando LSDV

Para la estimación de modelos dinámicos con datos de panel no existe un estimador dominante, en términos de las propiedades deseables, aún para un mismo tamaño de panel ( $N \times T$ ), por lo que la decisión de cuál utilizar es bastante compleja. La mayoría de los estimadores han sido desarrollados para datos de panel microeconómicos que se caracterizan por tener una  $N$  grande y una  $T$  pequeña, pero en las aplicaciones macroeconómicas (por ejemplo con países o regiones como las unidades) sucede lo contrario. Judson y Owen (1996) encuentran, en experimentos Monte Carlos, que con un tamaño de serie moderado ( $T$  de 10 a 20) los estimadores LSDV pudieran tener un sesgo mínimo en los parámetros asociados con los rezagos propios de las variables dependientes de 5% y para los parámetros de rezagos de otras variables y de las variables exógenas de menos de un por ciento.

En la misma dirección argumentan, Beck y Katz (2004) quienes nos recuerdan que los estimadores desarrollados, y que están disponibles en los programas econométricos comerciales, han sido para los paneles utilizados en aplicaciones microeconómicas. En un análisis Monte Carlo, esos autores, encuentran que el sesgo de los LSDV se reduce a medida que aumenta  $T$ , y que es mínimo para el parámetro de las variables independientes y que estos estimadores superan a los e GMM en términos del criterio del RMSE. Por último, el estimador de Arellano-Bond (GMM) es consistente sólo cuando  $N > T$ .

En esta aplicación se interesa ver el efecto de las remesas sobre las importaciones y no es importante el parámetro de los rezagos de la variable dependiente, además el panel utilizado tiene la característica de que  $T > N$ , por tanto se utiliza el estimador LSDV. Sin embargo, se presentan también los resultados de las estimaciones con los GMM.

#### 1. Un PVAR Irrestricto

Se examinaron varios criterios para determinar la longitud de los rezagos en el modelo, los que encuentran en la Tabla 2. Como es evidente, todos los criterios, excepto el de Schwarz seleccionan dos como el orden óptimo de rezagos. Por tanto, se estimó el modelo con ese número de retardos. Los estadísticos  $Q$  y  $LM$  arrojan evidencia (al nivel de significancia de 5%) de que esa longitud de rezagos genera residuos aleatorios en el sistema. La prueba de heteroscedasticidad de White conjunta arrojó un valor de estadístico de 269.96 que corresponde a un valor-P de .49, lo que implica que la hipótesis de homocedasticidad no se puede rechazar a los niveles de significancia usuales.

<b>Tabla 2</b>					
<b>Determinación de la Longitud de los Rezagos</b>					
Orden de Rezago	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	NA	1.15e-05	-0.029360	1.067070	0.413168
1	360.6972	1.60e-07	-4.305857	-2.770856*	-3.686318
2	48.01801*	1.20e-07*	-4.606923*	-2.633350	-3.810372*
3	15.27095	1.39e-07	-4.477254	-2.065108	-3.503691

\* Indica el orden óptimo. Muestra: 1990 a 1996: 96 observaciones utilizadas.

Además, se encontró que las raíces del polinomio característico son menores a uno, la mayor fue. 93. Lo que indica que el sistema estimado es estable. Por otro lado, la prueba de Jarque-Bera no permite rechazar la hipótesis de normalidad ( $\alpha=.05$ ) para tres de los cuatro residuos de las ecuaciones.

Para explorar la relevancia del modelo construido se realizaron pruebas de exogenidad de las variables del sistema. Los resultados de dichas pruebas se reportan en la Tabla 3. A la luz de los resultados de esas pruebas las variables parecen definir bien el sistema. Se observa, sin embargo, que las remesas no parecen afectar directamente a las importaciones de capital, en presencia de las demás variables endógenas y exógenas, pero sus efectos se pudieran transmitir a través de los bienes intermedios. Por otro lado, existe una relación de retroalimentación entre las remesas y las importaciones de consumo. Además, la estimación revela que las remesas y la importaciones de bienes de capital son las variables más exógenas del modelo, mientras las importaciones de los bienes intermedios es la más endógena.

<b>Tabla 3</b>			
<b>Resultados de las pruebas de Exogeneidad</b>			
<b>(Causalidad de Granger, usando la prueba de Wald)</b>			
<b>(Modelo Irrestringido)</b>			
<b>Ecuación de las Importaciones de capital: LOG(IMPC)</b>			
Excluir	Ji- Cuadrado	G. L.	Valor-P
LOG(IMPG)	0.433	2	0.81
LOG(IMPINTR)	7.880	2	0.02
LOG(REM)	0.193	2	0.91
Todos	11.372	6	0.08
<b>Ecuación de las Importaciones de bienes de consumo: LOG(IMPG)</b>			
Excluir	Ji- Cuadrado	G. L.	Valor-P
LOG(IMPC)	15.96	2	0.0003
LOG(IMPINTR)	0.421	2	0.8102
LOG(REM)	9.396	2	0.0091
Todos	27.755	6	0.0001
<b>Ecuación de las Importaciones de bienes intermedios: LOG(IMPINTR)</b>			
Excluir	Ji- Cuadrado	G. L.	Valor-P
LOG(IMPC)	10.417	2	0.0055
LOG(IMPG)	7.905	2	0.0192
LOG(REM)	6.0064	2	0.0496
Todos	21.119	6	0.0017
<b>Ecuación de las Remesas: LOG(REM)</b>			
Excluir	Ji- Cuadrado	G. L.	Valor-P
LOG(IMPC)	3.580	2	0.1669
LOG(IMPG)	8.135	2	0.0171
LOG(IMPINTR)	0.987	2	0.6105
Todos	17.44626	6	0.0078
Muestra: 1990 2006 Numero de observaciones: 100; G.L.=grados de libertad.			

## 2. Un Modelo PVEC

El modelo (16) se puede re-paramétrizar y representarse en la forma de corrección de errores vectorial (VEC) como:

$$\Delta Y_{it} = \Pi Y_{i,t-1} + \sum_{i=1}^{k-1} \Gamma_i \Delta Y_{it} + X_{it} B + \varepsilon_{it} \quad (17)$$

Donde:  $\Pi$  es la matriz que contiene los coeficientes de los niveles de las variables endógenas y se utiliza para examinar las relaciones de cointegración. Bajo la situación de cointegración se expresa  $\Pi = \alpha\beta'$ , siendo  $\alpha$  la matriz que contiene los factores de ajuste hacia el equilibrio y  $\beta$  la que contiene las relaciones de cointegración.

### a. Las relaciones de largo plazo

Como es conocido las relaciones de cointegración provienen de la aplicación de algún procedimiento estadístico, como el método de Johansen, y para poder interpretarlas desde la perspectiva económica en muchas instancias es necesario imponer restricciones sobre las matrices  $\alpha\beta'$ . Usualmente se utilizan planteamientos de teoría económica para justificar dichas restricciones. Sin embargo, como en este ejercicio se pretende comparar los efectos de las remesas sobre los gastos de consumo con los impactos de esa variable sobre la inversión se evitó imponer restricciones teóricas que sesgaran tal evaluación. Así que, las restricciones impuestas en esta investigación, además de las normalizaciones requeridas para examinar el asunto planteado, se escogieron a base del criterio de significancia estadística individual de los parámetros estimados. Dicha selección hizo que las relaciones de largo plazo del modelo luzcan como:

$$\begin{bmatrix} \Delta Y1_{it} \\ \Delta Y2_{it} \\ \Delta Y3_{it} \\ \Delta Y4_{it} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .24 & 0 \\ .64 & -.51 \\ .37 & -.31 \\ 0 & .16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1.59 & -13 & .21 \\ 0 & 1 & .47 & -2.06 & -16.5 & .26 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y1_{i,t-1} \\ Y2_{i,t-1} \\ Y3_{i,t-1} \\ Y4_{i,t-1} \\ 1 \\ t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{1t} \\ \Delta \varepsilon_{2t} \\ \Delta \varepsilon_{3t} \\ \Delta \varepsilon_{4t} \end{bmatrix} \quad (18.1)$$

ó,

$$\begin{bmatrix} \Delta Y1_{it} \\ \Delta Y2_{it} \\ \Delta Y3_{it} \\ \Delta Y4_{it} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .24 & 0 \\ .64 & -.51 \\ .37 & -.31 \\ 0 & .16 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y1_{i,t-1} & - & 1.59Y4_{i,t-1} & -13 & + & .21t \\ Y2_{i,t-1} & +.47Y3_{i,t-1} & - & 2.06Y4_{i,t-1} & -16.5 & + & .26t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_{1t} \\ \Delta \varepsilon_{2t} \\ \Delta \varepsilon_{3t} \\ \Delta \varepsilon_{4t} \end{bmatrix} \quad (18.2)$$

Definiendo:  $Y1 = \text{Log}(\text{IMPC}_{it})$ ,  $Y2 = \text{Log}(\text{IMPG}_{it})$ ,  $Y3 = \text{Log}(\text{IMPINTR}_{it})$  y  $Y4 = \text{Log}(\text{REM}_{it})$ .

El sistema (18) contiene dos restricciones de exclusión en los factores de ajustes hacia el equilibrio de largo plazo ( $\alpha$ ) y tres sobre los componentes de las relaciones de cointegración ( $\beta$ ). Además, se normalizan esas relaciones para que una represente las importaciones de capital

y la otra las importaciones de bienes de consumo. La hipótesis de que el conjunto de los parámetros omitidos en las relaciones de largo plazo son iguales a cero fue sometida a prueba usando el estadístico LR que se distribuye de acuerdo a la distribución Ji cuadrada y se obtuvo un valor-P de .15, por lo que no se puede rechazar Ho. Dichas restricciones identifican las dos relaciones de largo plazo.

En su forma explícita las dos relaciones de largo plazo se pueden representar como:

$$\text{Log}(IMPC_{it}) = 13.15 - .22t + 1.59\text{Log}(REM_{it}) + \varepsilon_{c,it}$$

$$\text{Log}(IMPG_{it}) = 16.58 - .26t + .46\text{Log}(IMPINTR) + 2.06\text{Log}(REM_{it}) + \varepsilon_{G,it}$$

En esas ecuaciones todos los coeficientes son estadísticamente distintos de cero a un nivel de significancia de 1%, por lo que se encontró que a largo plazo las remesas son relevantes para explicar las dos variables de importaciones consideradas. No obstante, se observa que la elasticidad de las importaciones de bienes de consumo con respecto a las remesas es mayor que la de las importaciones de bienes de capital. Por tanto, de acuerdo a esta estimación, se podría pensar que las remesas se destinan primeramente a financiar el consumo y no la inversión<sup>12</sup>.

### b . Dinámica del modelo

En los modelos VAR es usual utilizar las funciones de impulso respuesta y la descomposición de la varianza del error de predicción para evaluar los efectos de cambios inesperados en algunas variables sobre los otros componentes del sistema. Para identificar los shocks en el modelo se impuso la siguiente estructura contemporánea sobre los residuos<sup>13</sup>:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{REM,t} &= \mu_{Rem,t} \\ \varepsilon_{IMPG,t} &= \gamma_{21}\mu_{Rem,t} + \mu_{IMPG,t} \\ \varepsilon_{IMPC,t} &= \gamma_{31}\mu_{Rem,t} + \gamma_{32}\mu_{IMPG,t} + \mu_{IMPC,t} \\ \varepsilon_{IMPINTR,t} &= \gamma_{41}\mu_{Rem,t} + \gamma_{42}\mu_{IMPG,t} + \gamma_{43}\mu_{IMPC,t} + \mu_{IMPINTR,t} \end{aligned} \quad (19)$$

Donde,  $\varepsilon_{Jt}$  es el residuo de la ecuación para la variable J,  $\mu_{Jt}$  es el impulso estructural que surge luego de la transformación y los  $\gamma$ 's son los parámetros del modelo. Esta identificación implica que: i. las remesas es la variable más exógena; ii. Las importaciones de bienes de consumo dependen solamente de las remesas, esto es las decisiones de consumo se toman sin mirar las otras variables del sistema. iii. Las importaciones de bienes de capital dependen de las remesas y de las importaciones de bienes de consumo, es decir la decisión de invertir se toma a base de los

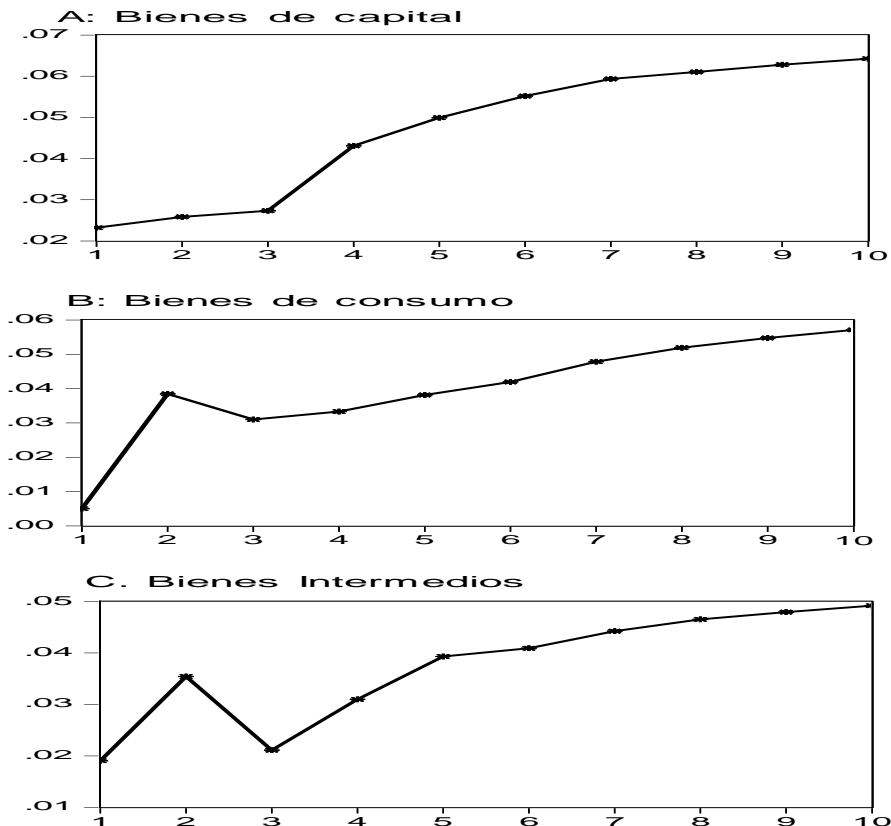
<sup>12</sup> Es importante señalar que distinguir entre dos tipos de comportamientos de los individuos con datos agregados es muy difícil, ya que aumentos permanentes en el consumo pudieran generar inversión a mediano y largo plazo, vía el acelerador. Aunque se controló por el nivel de consumo en la ecuación de inversión, la multicolinealidad que afecta regularmente los modelos VAR pudiera confundir los efectos de las variables independientes.

<sup>13</sup> Obsérvese que este es un sistema de ecuaciones estructurales en las innovaciones de las variables, que bajo expectativas racionales son los componentes relevantes.

niveles de ingresos externos y gastos de consumo; ii) las decisiones sobre las importaciones de bienes intermedios depende de los niveles de las otras tres variable del sistema. Esta transformación, aunque equivale a la descomposición de Cholesky para ese orden de variables, se hizo a base de razones teóricas.

La Gráfica 1 contiene la respuesta de las importaciones de bienes de consumo, de bienes de capital y bienes intermedios ante un aumento inesperado en las remesas. Como era de esperarse, las tres variables aumentan ante un incremento en los ingresos de remesas.

**Gráfica 1: Respuesta de las Importaciones ante un Aumento Inesperado en las Remesas**



La Tabla 4 contiene la proporción de la varianza del error de predicción, de las tres variables de importaciones, que se explica por los cambios inesperados en las remesas. Se puede notar que a corto plazo los *shocks* en la remesas explican un porcentaje mayor de las desviaciones de la serie de importaciones de bienes de consumo que de las otras dos series. Sin embargo, al cabo de nueve períodos ese tipo de ingreso explica una proporción ligeramente mayor de las importaciones de bienes de capital que de consumo. En el caso de bienes intermedios, aunque sus desviaciones de la senda de crecimiento de largo plazo dependen menos de los impulsos en las remesas, la proporción no se aleja mucho de las de los otros dos tipos de importaciones.

<b>Tabla 4</b>			
<b>Proporción de la Varianza del Error de Predicción Atribuible a Impulsos en las Remesas</b>			
	Variables: Importaciones de:		
Período	Bienes de Consumo	Bienes de Capital	Bienes Intermedios
1	0.63	4.26	3.36
2	<del>9.94</del>	<del>3.77</del>	<del>7.77</del>
3	<del>10.77</del>	<del>4.22</del>	<del>7.29</del>
4	10.82	6.88	7.59
5	11.39	9.21	8.70
6	<del>12.07</del>	<del>11.01</del>	<del>9.53</del>
7	<del>13.05</del>	<del>12.60</del>	<del>10.37</del>
8	14.02	13.92	11.08
9	<del>14.86</del>	<del>15.03</del>	<del>11.67</del>
10	<del>15.63</del>	<del>15.98</del>	<del>12.19</del>

#### **D. Resultados de Estimación la usando los estimadores GMM**

En esta sección se reportan los resultados de las estimaciones de las dos ecuaciones principales del sistema del sistema 16): las importaciones de bienes de capital y de bienes de consumo. Las estimaciones se hicieron usando el estimador Arellano-Bond (A-B).

Antes de realizar las estimaciones de las dos ecuaciones se sometieron a prueba la validez de los efectos fijos de corte seccional y de periodo. La prueba que se utilizó es una prueba de exclusión basada en el estadístico F, siendo al hipótesis nula que los coeficientes de los efectos fijos (de corte seccional y períodos) son iguales a cero. También, se utilizó la prueba de Hausman para tomar la decisión si se utilizaba el modelo FE o RE. En esa prueba se estima el modelo bajo los dos supuestos y se comparan los parámetros estimados para ver si existen diferencias en los mismos. La hipótesis nula es que el modelo RE es el adecuado (no existe correlación entre los factores fijos y el término de error) y se docima con el estadístico ji cuadrado. Los resultados de esas pruebas se resumen en la Tabla 5.

<b>Tabla 5</b>			
<b>Resultado de las pruebas de Efectos Fijos y de Hausman</b>			
<b>Ecuación: Importaciones de bienes de Capital</b>			
<b>Prueba de Efectos Fijos</b> <b>H<sub>0</sub>:</b> Los Efectos Fijos son redundantes	<b>Estadístico</b>	<b>Grados de Libertad</b>	<b>Valor-P.</b>
De corte seccional	F= 3.649	(7,75)	0.002
De Períodos	F=1.013	(12,75)	0.446
<b>Prueba de Hausman</b>			
<b>H<sub>0</sub>:</b> Los efectos individuales <u>no están</u> Correlacionados con el término de Error	$\chi^2 = 32.76$	6	.000
<b>Ecuación: Importaciones de bienes de consumo.</b>			
<b>Prueba Efectos Fijos</b> <b>H<sub>0</sub>:</b> Los Efectos Fijos son redundantes			
Corte Seccional	F=10.621	(7,76)	0.000
Período	F=1.861	(12,76)	0.053
<b>Prueba de Hausman</b>			
<b>H<sub>0</sub>:</b> Los efectos individuales <u>no están</u> Correlacionados con el término de Error	$\chi^2 = 90.53$	5	.000

Como se desprende de esa Tabla. La hipótesis de que los efectos fijos de corte seccional (de las  $i$ 's) son redundantes se rechaza para las dos ecuaciones. En el caso de los efectos fijos de períodos (de los  $t$ 's) la hipótesis de que no pertenecen al modelo, se puede rechazar al cualquier nivel de significancia para la ecuación de las importaciones de capital. Por otra parte, para la ecuación que modela las importaciones de bienes de consumo se rechaza marginalmente. La prueba de Hausman indica que el modelo de RE no es apropiado para ninguna de las dos ecuaciones. Ante estos resultados se estimaron los modelos presumiendo efectos fijos de corte seccional.

Los principales resultados de la estimación de las dos ecuaciones de las importaciones de presentan en la Tabla 6 y 7. Como vemos se modelaron las dos variables siguiendo la especificación general del sistema 16. Se incluyeron como variables independientes los rezagos las variables del sistema y el Producto Interno Bruto. El orden de los rezagos varió de cero a tres y se hizo utilizando el estadístico-t como criterio. Como el estimador A-B utiliza los rezagos de



las primeras diferencias de las variables como instrumentos agota los grados de libertad rápidamente, por lo que se mantuvo el orden de los rezagos al mínimo necesario para producir que los residuos fueran ruido blanco. Las variables se usaron en sus unidades y no en los logaritmos, porque en este modelo fue posible utilizar la varianza de White para corregir la heteroscedasticidad.

<b>Tabla 6</b>				
<b>Resultados de Estimación para la Ecuación de las Importaciones de bienes de capital</b>				
<b>Método de estimación: GMM, Estimador de Arellano y Bond</b>				
<b>Número de Observaciones : 85 (N=8, T=11)</b>				
<b>Panel no balanceado</b>				
Variable	Coeficiente	Desv. Std.	Estadístico-t	Valor-P.
D(IMPC(-1))	0.188	0.097	1.941	0.056
D(REM(-1))	-0.204	0.057	-3.577	0.001
D(REM(-2))	0.167	0.068	2.435	0.017
D(IMPG(-1))	-0.353	0.133	-2.662	0.009
D(IMPINTR(-1))	0.196	0.095	2.066	0.042
D(GDP)	0.118	0.009	12.856	0.000
Estadístico J =81.33 Rango de los instrumentos= 76				
Valor-P de $\chi^2$ para la prueba de Sargan, = .16				

Una inspección de la Tabla 6 revela que todas las variables independientes de la ecuación de las importaciones de capital son altamente significativas, a juzgar por el valor-p del estadístico-t. La prueba de Sargan<sup>14</sup> implica que las (sobre) restricciones impuestas en la estimación de las ecuaciones de los instrumentos son válidas. Lo que sugiere que la estimación es adecuada. Vemos que el primer rezago de la variable de remesa afecta negativamente las importaciones de capital, mientras que el segundo tiene un signo positivo. El efecto total de las remesas sobre esa variable de importaciones es prácticamente nulo.

Los resultados de la estimación de la ecuación para las importaciones de bienes de consumo, Tabla 7, informa sobre la adecuación del modelo, observando tanto los valores P asociados a los estadísticos-t como el de Sargan. Además, se encontró que las remesas se relacionan en forma directa con este tipo de importación, aunque su efecto actúa con retardos.

<sup>14</sup> La hipótesis nula es que las restricciones son válidas.

<b>Tabla 7</b>				
<b>Resultados de Estimación para la Ecuación de las Importaciones de bienes de consumo</b>				
<b>Método de estimación: GMM, Estimador de Arellano y Bond</b>				
<b>Número de Observaciones : 77 (N=8, T=10)</b>				
<b>Panel no balanceado</b>				
Variable	Coeficiente	Desv. Std.	Estadístico-t	Valor-P.
D(IMPC(-1))	-0.0219	0.028	-0.784	0.435
D(REM(-3))	0.163	0.033	4.947	0.000
D(IMP(-1))	-0.333	0.030	-11.05	0.000
D(IMPINTR(-1))	0.243	0.047	5.115	0.000
D(GDP(-1))	-0.028	0.0122	-2.283	0.025
Estadístico J =70.56976    Rango de los instrumentos= =69.000000				
Prueba de Sargan: Valor P de $\chi^2$ =.27				

## VI. Comentario Final

Este artículo tuvo como objetivo exponer los métodos de estimación de modelos dinámicos con datos de panel que han sido desarrollados en años recientes. Para hacer el contenido del ensayo bastante completo se repasó muy someramente los fundamentos y métodos de estimación de los modelos estáticos con datos de panel. Además, se ofreció una aplicación de los métodos dinámicos usando datos macroeconómicos de los países de Centroamérica, Colombia y Venezuela. El ejemplo consistió en evaluar los impactos de las remesas hacia esos países sobre los gastos de consumo y la inversión.

Este trabajo constituye una introducción a los métodos mencionados, por lo que pudiera ser útil para que algunos lectores se motiven a estudiar con mayor profundidad ese tema. En la actualidad existe una variedad paneles de datos macroeconómicos y microeconómicos que combinado con los muchos puntos teóricos sin dilucidar que existen en nuestra área de estudio, pudieran propiciar el desarrollo de investigaciones usando las técnicas discutidas aquí. Esas investigaciones pudieran enriquecer el acervo de conocimiento dentro de la disciplina de economía.

---

### **Bibliografía: Econometría con datos de panel**

- Anderson, T.W. and Cheng Hsiao, "Estimation of dynamic models with error components," *Journal of the American Statistical Association*, 1981, 589-606.
- Anderson, T.W., and Cheng Hsiao, 1982, "Formulation and Estimation of Dynamic Models Using Panel Data," *Journal of Econometrics*, 18, 47-82.
- Arellano, Manuel, 1989, "A Note on the Anderson-Hsiao Estimator for Panel Data," *Economic Letter*
- Arellano M. (2003) Panel data Econometrics: Advance Text I Econometrics Oxford University Press: 31, 337-341.
- Arellano, Manuel and Stephen Bond, (1991), "Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations," *Review of Economic Studies*, 58, 277-297.
- Arellano Manuel y Olympia Bover (1995). "Another look at the instrumental variable estimation of error-components models" *Journal of Econometrics*, 1995, vol. 68, issue 1, pages 29-51.
- Cameron C.A y P.K. Trivedi (2005) Microeconometrics: Method and Applications, Cambridge University Press. Capítulos 21 y 22.
- Greene W. H., (2008) Econometrics Analysis, sixth edition, Pearson Prentice Hall, capítulo 9.
- Holtz-Eakin, Douglas, Whitney Newey, and Harvey S. Rosen, 1988, "Estimating Vector Autoregressions with Panel Data," *Econometrica*, 56(6), 1371-1395.
- Hsiao, Cheng, 1986, *Analysis of Panel Data*, (New York: Cambridge University Press).
- Hsiao C. (2003) *Analysis of Panel Data*, second edition Cambridge University Press.
- Kiviet, Jan F., 1995, "On Bias, Inconsistency, and Efficiency of Various Estimators in Dynamic Panel Data Models," *Journal of Econometrics*, 68, 53-78.
- Nickell, S., "Biases in Dynamic Models with Fixed Effects," *Econometrica*, 49, 1981, 1417-1426.
- Maddala, G.S. y In-Moo Kim (1998), *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*, Cambridge University Press.
- Ruth A. Judson Ann L. Owen (1996) *Estimating Dynamic Panel Data Models: A Practical Guide for Macroeconomists* Federal Reserve Board of Governors

**Bibliografía: Remesas e Importaciones**

- Adams, R., (2005). “Remittances, Household Expenditure and Investment in Guatemala”, World Bank Policy Research Working Paper 3532, Washington, DC: World Bank.
- Acosta, P., Calderón, C., Fajnzylber, P., and López, H., (2006). “Remittances and Development in Latin America.” *The World Economy*.
- Amuedo-Dorantes, C. and Pozo, S., (2004). “Workers' Remittances and the Real Exchange Rate: A Paradox of Gifts”, *World Development*, Vol. 32, pp. 1407-1417.
- Arize A., and Osang, T., (2007) Foreign Exchange Reserves and Import Demand: Evidence from Latin America *The World Economy*
- Becker, Gary. 1993. *Human Capital*. Chicago: University of Chicago Press.
- Buckley and Casson (1976). *The Future of the Multinational Enterprise*, Homes & Meier: London.
- Castaldo, A. and Reilly, B., (2007). Do migrant remittances affect the consumption patterns of albanian households?” *South-Eastern Europe Journal of Economics*, Vol. 1, pp. 25-54.
- Chami, R., Fullenkamp, C., and Jahjah, S., (2003). “Are Immigrant Remittance Flows a Source of Capital for Development?” *International Monetary Fund*, Working Paper 03/189. Washington, DC.
- Dutta, D., and Nasiruddin A., (1999). “An aggregate import demand function for Bangladesh: a cointegration approach”, *Applied Economics*, Vol. 31, Num.4, pp. 465 to 472
- Edwards, A., and Ureta, M., (2003). “International Migration, Remittances and Schooling: Evidence from El Salvador.” *Journal of Development Economics*, Vol. 72, pp. 429-461.
- Franko, P., (2007). *The Puzzle of Latin American Economic Development*. Rowman & Littlefield Publishers, Third Edition, Lanham.
- Fajnzylber, P., and Lopez, J., (2006). “Close to Home: The Development Impact of Remittances in Latin America”, *The World Bank*.
- Head, K., and Ries, J., (2003). “Heterogeneity and the FDI versus export decision of Japanese manufacturers.” *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol. 17, Num. 4, pp. 448 to 467.
- Jalana, J., and Ravallion, M., (2002). “Geographic Poverty Traps? A Micro Model of Consumption Growth in Rural China.” *Journal of Applied Econometrics*, Vol.17: pp. 329–346.

- Khan, M., and Knight, M., (1988). "Import Compression and Export Performance in Developing Countries." *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 70, No. 2, pp. 315 to 321.
- Lopez, H., Molina L., and Bussolo, M.,(2007). "Remittances and the real exchange rate." World Bank Policy Research, Working Paper 4213, April.
- MacKinnon, J.G., A.A. Haug y L. Michelis (1999) "Numerical Distribution Functions of Likelihood Ratio Test For Cointegration". *Journal of Applied Econometrics*, 14(5): 563-577.
- Stark, O., J. Taylor and S. Yitzhaki (1986), "Remittances and Inequality", *Economic Journal*, Vol. 96, pp. 722–40.
- Taylor, J. (1992), 'Remittances and Inequality Reconsidered: Direct, Indirect, and Intertemporal Effects', *Journal of Policy Modeling*, 14, pp. 187–208.
- Taylor, J., and Mora, J., (2006). "Does Migration Reshape Expenditures in Rural Households? Evidence from Mexico", World Bank Policy Research Working Paper 3842, Washington, DC.
- Eastwood, R., Kirsten, J., and Lipton, M., (2006). Premature Deagriculturalisation? Land Inequality and Rural Dependency in Limpopo Province, South Africa. *Journal of Development Studies*, November, Vol. 42, No. 8, pp. 1325–1349.
- Suro, R., (2003). 'Remittance Senders and Receivers: Tracking the Transnational Channels'. Washington, DC: Multilateral Investment Fund, Inter-American Development Bank, Pew Hispanic Center and Bendixen & Associates (November).

## Apéndice

<b>Tabla A.1</b>			
<b>Resultados de las Pruebas de raíces unitarias</b>			
Variable:	Raíz Común <sup>1</sup>	Raíz Individual <sup>2</sup>	
Importaciones de Capital (IMPC)	Si	SI	I(1)
LOG(IMPC)	SI	SI	I(1)
Importaciones de Bienes de Consumo (IMPG)	SI	SI	I(1)
LOG(IMPG)	Si	Si	I(1)
Importaciones de Bienes Intermedios (IMPINTR)	Si	SI	I(1)
LOG(IMPINTR)	SI	SI	I(1)
Producto Interno Bruto (GDP)	SI	SI	I(1)
LOG GDP	SI	SI	I(1)
Remesas (REM)	SI	SI	I(1)
LOG REM	SI	SI	I(1)
Deflactor de GDP	SI	SI	I(1)
LOG(DFL)	No	SI	I(1)
Gasto en bienes de Consumo (CON)	No	SI	I(1)
Log (CON)	SI	SI	I(1)
Inversión (INV)	SI	SI	I(1)
Log (INV)	SI	SI	I(1)
1, Usando los estadísticos: t de Breitung; ** Usando los estadísticos Im, Pesaran and Shin, W y t ADF. -. *No se rechaza: Nivel de significancia de 5%.			